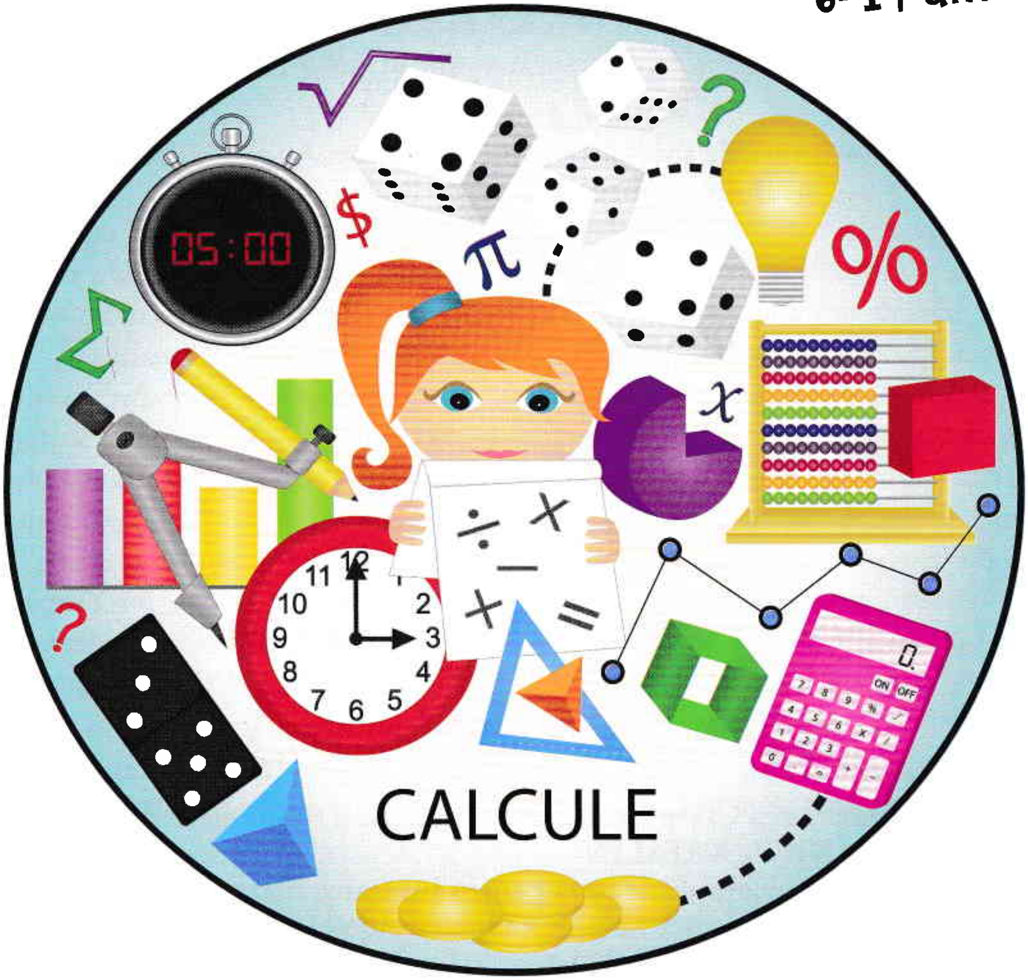
Dr. Mate

6-14 ani



Aquila

Cuprins

1. Mulțimi de numere

În viața de zi cu zi ne întâlnim cu procesul de numărare în diverse situații. Acest proces apare încă din epoca de piatră, când și omul primitiv își număra oile cu 0; 1; 2; 3... Odată cu apariția numărării s-au alcătuit mulțimile de numere.
Aceste numere se numesc **numere naturale**, iar mulțimea numerelor naturale se notează cu **N**.

De reținut!

Denumirea mulțimilor de numere:

Natural	N
Întreg	Z
Rațional	Q
Real	R

N = {0; 1; 2; 3; ...}

Restul mulțimilor de numere s-au format deoarece s-a ajuns la concluzia că unele operații nu se pot efectua în mulțimea numerelor naturale. Scăderea duce la numere negative: scăzând un număr mai mare dintr-un număr mai mic rezultă un număr negativ. Împărțirea duce la numere raționale: raportul a două numere întregi este un număr rațional, iar prin rădăcină pătrată putem obține un număr irațional.

Pe baza acestora putem vorbi despre următoarele mulțimi de numere:

Mulțimea numerelor întregi: numerele naturale și numerele întregi negative sunt numite numere întregi. Mulțimea numerelor întregi se notează cu litera **Z**. Putem spune că numerele întregi pozitive, întregi negative și zero formează mulțimea numerelor întregi.

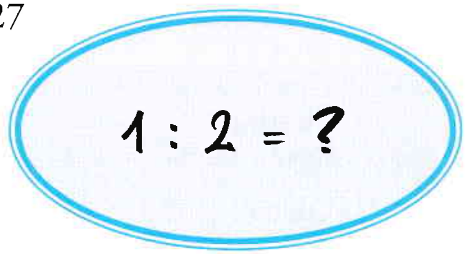
2 – 5 = ?

Z = {...; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; ...}

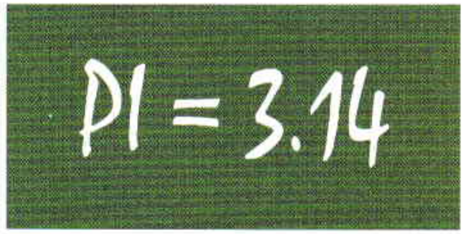
Mulțimea numerelor raționale: aceasta include numere care pot fi scrise ca un raport a două numere întregi. De remarcat este faptul că fiecare număr întreg, fiecare fracție ordinară, fiecare fracție zecimală finită, fiecare fracție zecimală infinită periodică este un număr rațional. Mulțimea numerelor raționale se notează cu litera **Q**.

Mulțimea numerelor iraționale: aceasta include numerele care nu pot fi scrise ca un raport a două numere întregi.

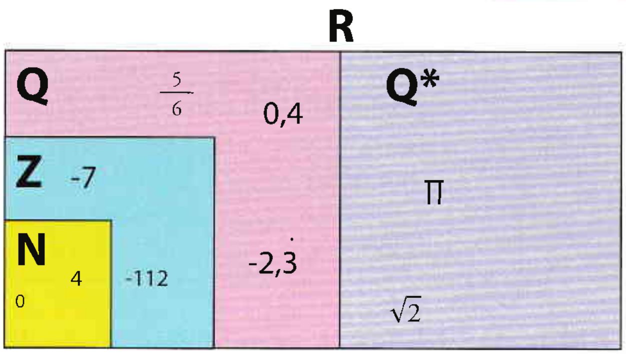
De exemplu π (= 3,14159265358979323846264338327 95...) sau $\sqrt{2}$. Acestea sunt fracții zecimale infinite neperiodice.



Mulțimea numerelor reale nu este altceva decât totalitatea numerelor de pe o axă. Prin unificarea mulțimilor de numere naturale, întregi, raționale și iraționale, ajungem la mulțimea numerelor reale. Mulțimea numerelor reale se notează cu litera **R**.



Observați mulțimile în diagrama alăturată:



2. Numerele naturale

2.1. Scrierea, citirea și rotunjirea numerelor naturale

În matematică folosim **cifre arabe** și notăm numerele în **sistemul de numerație pozițional, având baza 10 (sistemul zecimal)**.

Cifre arabe în sistemul zecimal: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Primele zece valori poziționale ale numerelor naturale sunt următoarele:

Citire	Scriere	Puteri ale lui 10	Prescurtare
unități	1	10^0	U
zeci	10	10^1	Z
sute	100	10^2	S
mii	1000	10^3	M
zeci de mii	10000	10^4	ZM
sute de mii	100000	10^5	SM
milioane	1000000	10^6	mil.
zeci de milioane	10000000	10^7	zeci de mil
sute de milioane	100000000	10^8	sute de mil.
miliard sau o mie de milioane	1000000000	10^9	mld.

Scrierea numerelor naturale: acestea se formează adăugând, începând din dreapta, unitățile, apoi, în stânga, zecile, sutele, miile etc.

Cu ajutorul **valorilor poziționale** specificăm despre ce grup este vorba. Acestea sunt grupurile semnalate mai sus. Valorile poziționale pot fi oricât de mari. Cu ajutorul acestora, sunt de ajuns cele zece cifre pentru scrierea oricărui număr.
Valoarea formală arată câte bucăți sunt din diferite grupuri (unități, zeci, sute, mii).

Din ce e format 372?

Haideți să îl așezăm într-un tabel cu valori poziționale:

valori poziționale

sute	zeci	unități
3	7	2

valori formale

Valoarea formală a lui 3 = 3; se află la **valoarea pozițională** a sutelor, iar **valoarea reală** a acestuia $= 3 \cdot 100 = 300$

Valoarea formală a lui 7 = 7; se află la **valoarea pozițională** a zecilor, iar **valoarea reală** a acestuia $= 7 \cdot 10 = 70$

Valoarea formală a lui 2 = 2; se află la **valoarea pozițională** a unităților, iar **valoarea reală** a acestuia $= 2 \cdot 1 = 2$

Forma finală a numărului:

$$\mathbf{372 = 3S + 7Z + 2U = 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 2 \cdot 1}$$

Citirea numerelor naturale

Pentru a citi un număr, împărțim cifrele lui în grupe de câte trei, de la dreapta la stânga. Fiecare grupă astfel formată se numește clasă. Avem clasa unităților (prima de la dreapta la stânga), urmată de clasa miilor, apoi clasa milioanelor, clasa miliardelor, clasa bilioanelor, clasa trilioanelor etc.

487 569 351 → 487 milioane 569 de mii 351

SUTE DE MILIOANE	ZECI DE MILIOANE	UNITĂȚI DE MILIOANE	SUTE DE MII	ZECI DE MII	UNITĂȚI DE MII	SUTE	ZECI	UNITĂȚI
4	8	7	5	6	9	3	5	1

De reținut!

Când citiți numere mari, împărțiți-le în grupuri de trei! Apoi adăugați cuvântul o mie la cel de-al doilea grup la dreapta, un milion la al treilea și un miliard la al patrulea!

Ortografia numerelor

Până la 20 și din 10 în 10 până la 100, numerele se scriu într-un cuvânt, iar restul numerelor se scriu separat.

13 → treisprezece

3642 → trei mii șase sute patruzeci și doi

1 814 923 → un milion opt sute paisprezece mii nouă sute douăzeci și trei

Valoare exactă, valoare aproximativă, rotunjire

De multe ori se întâmplă, în viața de zi cu zi, să nu avem nevoie de valoarea exactă. De exemplu, populația României este de 19 281 562. Asta nu este **valoarea exactă**, pentru că cel mai probabil nu trăiesc atâtea persoane în momentul actual în țară. Aceasta este o **valoare aproximativă**, care ne dă destule informații ca să putem pune țara la locul potrivit într-un clasament al țărilor după numărul populației.
Adesea, specificăm cât de aproape poate fi valoarea aproximativă de valoarea exactă. Această metodă se numește **rotunjire**. În timpul rotunjirii specificăm la ce număr rotunjim. Ce înseamnă **valoarea rotunjită**?

Pentru a obține 640, rotunjim la zeci → numerele dintre 635 ≤ și < 645

Pentru a obține 5600, rotunjim la sute → numerele dintre 5550 ≤ și < 5650

Pentru a obține 12000, rotunjim la mii → numerele dintre 11500 ≤ și < 12500

Acest lucru înseamnă că ceea ce rotunjim este numărul la valoarea pozițională de care suntem interesați. Pentru a face acest lucru, ne uităm mereu la vecinii numărului și alegem cel mai apropiat vecin la valoarea rotunjită, adică dăm cea mai apropiată zecimală, sută, mie etc.

Metoda de rotunjire

La ce trebuie să fim atenți?

- Dacă rotunjim la 10, luăm în considerare numărul de la unități.
- Dacă rotunjim la 100, luăm în considerare numărul de la zeci.
- Dacă rotunjim la 1000, luăm în considerare numărul de la sute.
- → Când rotunjim, întotdeauna trebuie să ne uităm la cifra din dreapta zecilor, sutelor, miilor etc. Exemplu: Dacă rotunjim la sute, trebuie să ne uităm la cifra zecilor.

Dacă numărul verificat este:

- **5, 6, 7, 8, 9, atunci rotunjim prin adaos.** Numărul din stânga numărului examinat (aflat la valoarea pozițională pe care o rotunjim) trebuie crescut cu unu, numerele care vor fi omise sunt înlocuite cu zero. În acest caz, alegem vecinul mai mare.
- **0, 1, 2, 3, 4, atunci rotunjim prin lipsă.** Numărul din partea stânga a numărului examinat (aflat la valoarea pozițională pe care o rotunjim) va rămâne neschimbat, iar în locul numărului și a celor aflate la valoare pozițională mai mică, scriem zero. În acest caz, am ales vecinul mai mic.

La zeci: $348 \approx 350 \rightarrow$ numărul examinat e 8. Rotunjim prin adaos. La 4 adăugăm 1 și, în loc de 8, scriem 0. Matematic, asta înseamnă că vecinii zecimali ai numărului 348 sunt 340 și 350. Prin rotunjire, îl alegem pe 350, deoarece este mai aproape de 348.

La sute: $6329 \approx 6300 \rightarrow$ numărul examinat e 2. Rotunjim prin lipsă. Astfel, în loc de 2 și numărul după acesta, scriem 0. Matematic, asta înseamnă că vecinii numărului 6329 sunt 6300 și 6400. Prin rotunjire, îl alegem pe 6300, pentru că este mai aproape de 6329.

La mii: $9751 \approx 10000 \rightarrow$ numărul examinat e 7. Rotunjim prin adaos. Astfel, la 9 adăugăm 1 și, în loc de 7 și numerele după acesta, scriem 0. Matematic, asta înseamnă că vecinii numărului 9751 sunt 9000 și 10000. Prin rotunjire, îl alegem pe 10000, pentru că este mai aproape de 9751.

Să exersăm!

Scrierea și citirea numerelor!

350 trei sute cincizeci
2003 două mii trei
650004 șase sute cincizeci de mii patru
1999 o mie nouă sută nouăzeci și nouă
43701 patruzeci și trei de mii șapte sute unu
23507003 douăzeci și trei de milioane cinci sute șapte mii trei

Descompunerea numerelor pe clase de unități!

$652 = 6$ sute $+ 5$ zeci $+2$ unități $= 6 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 2 \cdot 1$

$7039 = 7$ mii $+ 0$ sute $+ 3$ zeci $+ 9$ unități $= 7 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 9 \cdot 1$

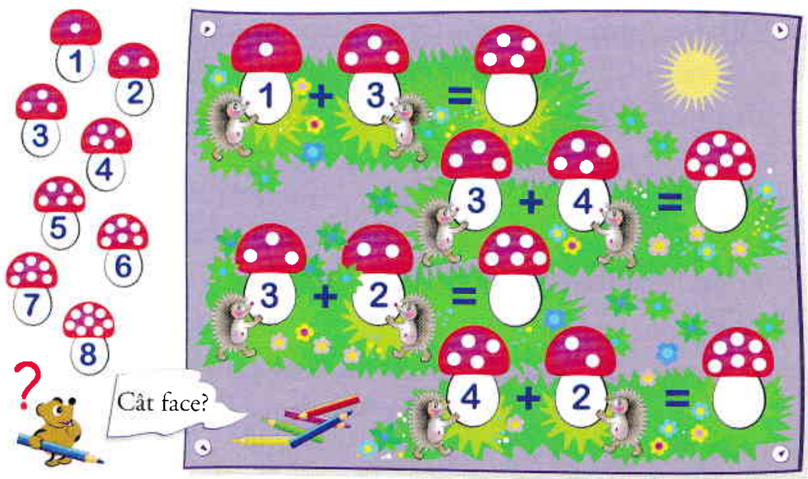
$2509037 = 2$ milioane $+ 5$ sute de mii $+ 0$ zeci de mii $+ 9$ mii $+ 0$ sute $+ 3$ zeci $+$
$+ 7$ unități $= 2 \cdot 1000000 + 5 \cdot 100000 + 0 \cdot 10000 + 9 \cdot 1000 +$
$+ 0 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7 \cdot 1$

Rotunjirea numerelor!

zeci:	sute:	mii:	zeci de mii:
26 ≈ 30	78 ≈ 100	65 ≈ 0	987 ≈ 0
539 ≈ 540	998 ≈ 1000	7642 ≈ 8000	14607 ≈ 10000
7999 ≈ 8000	6851 ≈ 6900	18799 ≈ 19000	893512 ≈ 890000

2.2. Adunarea și scăderea numerelor naturale

Adunarea



12 + 45 = 57

Denumiri:

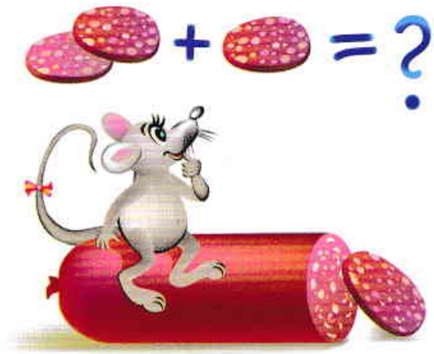
» 12 și 45 sunt **numerele de adunat sau termeni**
» 57 este **suma**

	9	5	8	TERMENI
+	3	2	1	
1	2	7	9	SUMĂ

$27 + 15 = 15 + 27 = 42$ La adunare, poziția termenilor nu influențează rezultatul, deci ordinea lor poate fi schimbată. Adunarea este o **operație comutativă**.

Cum facem adunarea în mulțimea numerelor naturale? Adunarea o putem face în două moduri: mintal sau în scris. Modalitatea o putem decide în funcție de ordinul de mărime al numerelor. Este indicat ca numerele mari să fie adunate întotdeauna în scris.

Mintal



Dacă facem adunarea mintal, atunci nu scriem nimic. Pornim de la un număr, apoi adăugăm celălalt număr la suma obținută, conform valorii poziționale.

$356 + 78 = ?$

$78 = 70 + 8$ vom continua astfel

$356 + 70 = 426 \rightarrow 426 + 8 = \underline{\mathbf{434}}$

În scris

Scriem numerele, în funcție de valoarea pozițională, unul sub altul. Asta înseamnă că unitățile vor fi sub unități, zecile sub zeci și așa mai departe. Începem adunarea cu primele cifre din partea dreaptă și continuăm spre stânga.

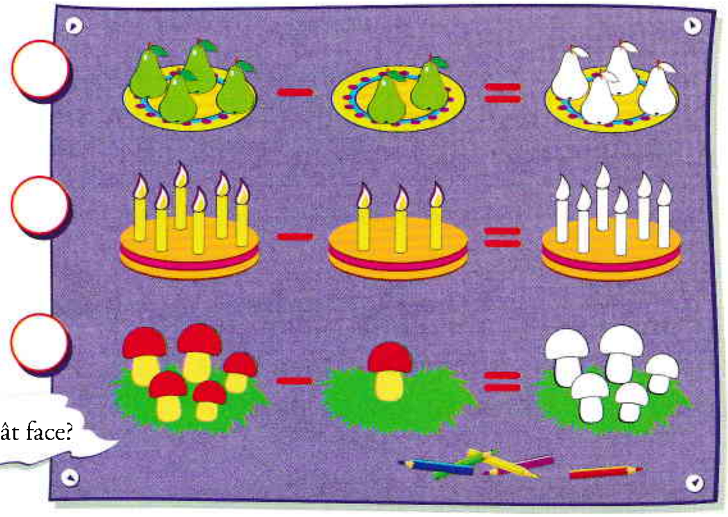
	9	6	7	2
+	2	8	5	3
1	2	5	2	5

- Start!
- $2 + 3 = 5 \rightarrow$ Notăm 5 și nu mai rămâne nimic.
- $5 + 7 = 12 \rightarrow$ Scriem 2, rămâne 1.
- $6 + 8 = 14 \rightarrow 14 + 1 = 15$ (la suma obținută, adăugăm 1, rămas de dinainte). Scriem 5, rămâne 1.
- $9 + 2 = 11 \rightarrow 11 + 1$ (la suma obținută, adăugăm 1, rămas de dinainte). Scriem 12.
- Gata!

4 − 2 =

6 − 3 =

5 − 1 =



98 − 35 = 63

Denumiri:

» 98 este **descăzutul**
» 35 este **scăzătorul**
» 63 este **diferența**

	5	4	7	DESCĂZUT
−	1	8	9	SCĂZĂTOR
	3	5	8	DIFERENȚĂ

La scădere, ordinea numerelor nu poate fi schimbată. Putem să ne dăm seama de asta și din denumiri. **Scăderea nu este o operație comutativă.**

Cum facem scăderea în mulțimea numerelor naturale? La fel ca adunarea, și scăderea o putem face în două moduri: mintal sau în scris. Ce metodă alegem depinde de ordinul de mărime al numerelor.

Mintal

Dacă facem scăderea mintal, atunci nu scriem nimic. Pornim de la descăzut, din care scădem scăzătorul, în funcție de valoarea pozițională.

918 - 85 = ?

85 = 80 + 5 → în continuare, procedăm astfel

918 - 80 = 838 → 838 - 5 = **833**

În scris

Scriem numerele unul sub altul în funcție de valoarea pozițională. Sub cifra unităților apare cifra unităților din celălalt număr, zecile sub zeci și așa mai departe. Începem scăderea cu primele cifre din partea dreaptă și continuăm spre stânga. Dacă cifra din care se scade e mai mică decât cea care se scade, atunci ne împrumutăm de la următoarea. Când ne împrumutăm, luăm 1 de la cifra următoare, care scade cu 1. Acest 1 se așază în fața cifrei din care se scade.

	8	3	4	9
-	2	7	6	3
	5	5	8	6

- Start!
- 9 - 3 = 6 → Scriem 6 și nu mai rămâne nimic.
- ne împrumutăm de la 3, care devine 2 (3 - 1) → 14 - 6 = 8; scriem 8.
- ne împrumutăm de la 8, care devine 7 (8 - 1) → 12 - 7 = 5; scriem 5.
- 7 - 2 = 5 → Scriem 5.
- Gata!

Adunarea și scăderea sunt operații inverse, adică adunarea poate fi verificată prin scădere, iar scăderea poate fi verificată prin adunare (proba adunării și proba scăderii). Pentru a verifica adunarea, scădem un termen din sumă. Dacă diferența astfel obținută este aceeași cu cea a celuilalt termen, atunci înseamnă că am făcut adunarea corect. Pentru a verifica scăderea, adunăm diferența și scăzătorul sau scădem diferența din descăzut. Ambele metode sunt corecte pentru verificarea scăderii.